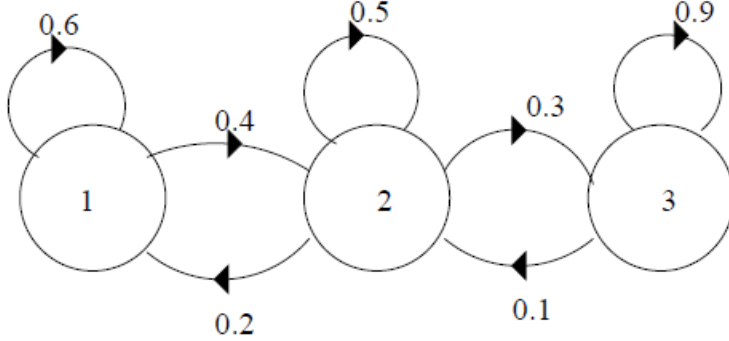


## ELE 663: HABERLEŞME AĞLARI ANALİZİ

### ÖDEV 1 (Teslim tarihi 9 Ocak 2019 , ders saati)

Soru 1) Bir ayrık zaman  $\{X_n: n = 0,1,2, \dots\}$  Markov sürecinin durum geçiş diyagramı verilmiştir.



- $X_0 = 1$  ise  $X_2 = 2$  olma olasılığını bulunuz
- Durum olasılıklarını  $(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$  bulunuz.
- $Y_n = X_n - X_{n-1}$  olarak tanımlansın. Bu durumda  $Y_n = 1$ , sağa doğru geçiş,  $Y_n = -1$  sola doğru geçiş ve  $Y_n = 0$  aynı yerde kalma anlamına geliyor.  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{Y_n = 1\}$  olasılığını bulunuz.
- $Y_n$  dizisi bir Markov süreci midir? Açıklayınız.
- $Y_n = 1$  ise  $X_{n-1} = 1$  olasılığını bulunuz.
- $X_0 = 1$  olsun. Durumun tekrar 1 olana kadar geçen sürenin beklenen değerini bulunuz.

Soru 2) Bir sinek bir üçgenin a, b, c köşeleri üzerinde rastgele hareket etmektedir. Durum geçiş olasılık matrisi aşağıdaki gibidir.

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

- Durum olasılık matrisi  $\pi = [\pi_a, \pi_b, \pi_c]'$ yi bulunuz.
- Bu sürecin "time reversible" olup olmadığını gösteriniz.

Soru 3) Bir Markov zincirinin durum uzayı  $\{0,1,2,3,4\}$ 'tür. Durum geçiş olasılık matrisi aşağıdaki gibidir.

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

- Durum geçiş diyagramını çiziniz. Birbirine geçiş olmayan bütün durum sınıflarını belirtiniz.
- Her durumun periyodunu bulunuz ve tekrarlı mı geçici mi olduğunu belirtiniz.

Soru 4) Aşağıdaki sürekli zaman Markov sürecindeki yatışkın durum olasılıklarını bulunuz.

